

Câu I. (2đ)

1. Giá P của một loại sản phẩm và chênh lệch cung - cầu S ($S > -2$) liên hệ với nhau bởi phương trình $2S^3 e^{2P} + P^2 \ln(S+3) = 100$. Tính đạo hàm $P'(S)$ và cho biết ý nghĩa.

2. Xét mô hình cung cầu:
$$\begin{cases} Q^D = 4 - 2(P + T_1) \\ Q^S = 1 + \frac{1}{2}(P - T_2) \\ Q^D = Q^S = Q \end{cases}$$

trong đó Q^D là lượng cầu, Q^S là lượng cung, T_1 là mức thuế mà người tiêu dùng phải trả và T_2 là mức thuế mà nhà sản xuất phải trả. Tính các đạo hàm riêng $\frac{\partial Q}{\partial T_1}, \frac{\partial Q}{\partial T_2}$ và cho biết các mức thuế T_1 và T_2 ảnh hưởng như thế nào đến lượng cung - cầu cân bằng?

Câu II. (2đ) Xét bài toán cực tiểu chi phí tiêu dùng thiết yếu $E = P_1 Q_1 + P_2 Q_2$ trong đó P_1, P_2 là các giá và Q_1, Q_2 là các sản lượng của hai loại sản phẩm thỏa mãn ràng buộc về lợi ích là $U_0 = 4Q_1 Q_2$.

1. Tìm các hàm cầu Hicks $Q_1^*(P_1, P_2, U_0)$ và $Q_2^*(P_1, P_2, U_0)$.
2. Chứng minh chi phí tiêu dùng tối ưu $E^*(P_1, P_2, U_0)$ là hàm thuần nhất.

Câu III. (2,5đ)

1. Cho $f(t) = 2e^{-0,35t}$ là tốc độ gửi tiền vào một tài khoản tại thời điểm t trong suốt khoảng thời gian $T = 6$ năm và nhận được tiền lãi mỗi năm là 15% được ghép liên tục. Tính giá trị tương lai và giá trị hiện tại của dòng tiền trên.

2. Tuổi thọ của một loại sản phẩm là một đại lượng ngẫu nhiên liên tục X (tính bằng năm) có phân phối mũ và hàm mật độ xác suất của nó là:
$$f(x) = \begin{cases} K \cdot e^{-\frac{1}{8}x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}.$$

- a) Tính hằng số K .
- b) Tính kỳ vọng của X .

Câu IV. (3,5đ)

1. Giả sử rằng Y_t là tổng thu nhập quốc dân của một nền kinh tế (GNP), C_t là tiêu thụ, I_t là lượng đầu tư và G_t là chi tiêu của chính phủ sao cho $Y_t = C_t + I_t + G_t$. Ta giữ lượng đầu tư $I_t = I_0 = 120$ và chi tiêu của chính phủ $G_t = G_0 = 130$. Lượng tiêu thụ phụ thuộc vào mức thu nhập có tính trễ một giai đoạn thông qua hàm tiêu thụ $C_t = 150 + 0.6Y_{t-1}$. Tính tổng thu nhập quốc dân Y_t biết rằng $Y_0 = 800$.

2. Giá trị bán lại $R(t)$ (triệu đồng) của một cái máy sau t năm sẽ giảm với tốc độ tỷ lệ với hiệu số giữa giá trị hiện tại và giá trị phế liệu của nó. Nghĩa là nếu S là giá trị phế liệu của máy thì $\frac{dR}{dt} = -k(R - S)$, $k > 0$ là hằng số tỷ lệ. Xác định giá trị của máy sau 4 năm sử dụng biết giá mua mới của nó là 20 triệu đồng, sau 2 năm giá trị của nó là 15 triệu đồng và giá trị phế liệu của nó là 1 triệu đồng.

3. Tìm hàm giá $P(t)$ của một loại sản phẩm biết rằng giá tại thời điểm t thỏa mãn phương trình vi phân $P''(t) + 9P'(t) + 8P(t) = 80$ và các điều kiện đầu $P(0) = 15$, $P'(0) = -1$. Cho biết giá $P(t)$ có hội tụ đến giá cân bằng khi thời gian đủ lớn không? Vì sao?

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[G 2.1]: Tính được vi phân toàn phần, đạo hàm riêng của hàm ẩn và hệ hàm ẩn.	Câu I.1, I.2
[G 2.2]: Mô hình hóa và giải được các bài toán tìm cực trị trong kinh tế. Kiểm tra các định lý bao.	Câu II.1, II.2
[G 2.3]: Tính được tích phân và ứng dụng trong kinh tế, tính được kỳ vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên	Câu III.1, III.2
[G 2.4]: Áp dụng phương pháp trong lý thuyết để giải các bài toán ứng dụng phương trình sai phân cấp 1, 2 và phương trình vi phân cấp 1, 2 trong kinh tế	Câu IV.1, IV.2, IV.3

Ngày 10 tháng 5 năm 2025
Thông qua bộ môn